

## Übungen zur Vorlesung „Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften I“

1. Überzeugen Sie sich anhand von *Venn-Diagrammen* (Darstellung von Mengen durch Flächenstücke – siehe Vorlesung) von der Gültigkeit der folgende Sätze

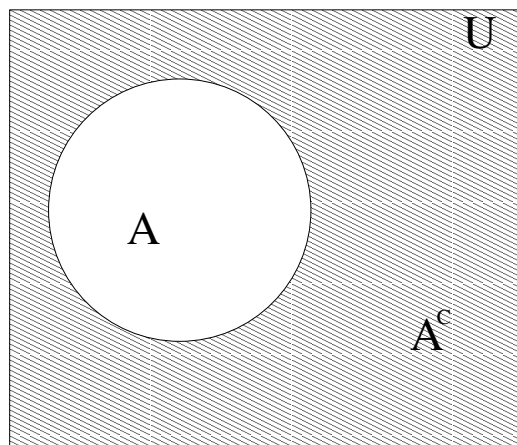
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$  ;
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ ;
- $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ ;
- $A = (A \setminus B) \cup (A \cap B)$ .



2. DEFINITION:

Sei  $A$  eine Teilmenge von  $U$ , also  $A \subseteq U$ .  
Dann gilt:  $A^c$  ist das Komplement von  $A$  in  $U$ :

Für alle  $a \in A$  und  $b \in A^c$  gilt:  
 $a \neq b$  und  $A \cup A^c = U$ .



Überzeugen Sie sich anhand von *Venn-Diagrammen* unter welchen Bedingungen die folgende Gleichungen wahr sind:

$(A \subseteq U \text{ und } B \subseteq U)$

- $A \cap B^c = A$ ;
- $(A \cup B) \cap B^c = A$ ;
- $(A \cup B^c) \cup B = A \cup B$ .



---

### Fakultative Aufgabe

Diese Aufgaben werden nicht in der Übung bearbeitet. Ihr Übungsleiter wird aber gern alle Fragen dazu beantworten.

- F1. Gegeben sei die Menge  $M = \{E, C_3, C_3^2, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$  von Symmetrieeoperationen, die ein gleichseitiges Dreieck auf sich selbst abbilden.  $E, C_3, C_3^2$  wurden in der Vorlesung definiert, und  $\sigma_i$  sind die Spiegelungen an den Winkelhalbierenden im Punkt  $i$  des Dreiecks (Abb.1). (Die Spiegelachsen sollen bei den Drehungen nicht mitgedreht werden!)
- Stellen Sie die Verknüpfungstafel für  $M$  bezüglich der Hintereinanderausführung ( $\circ$ ) der Operationen auf.
  - Bildet  $M$  bezüglich  $\circ$  eine Gruppe? Überprüfen Sie, ob alle Gruppenaxiome erfüllt sind. Überprüfen Sie das Assoziativgesetz nur an einigen Beispielen an Hand der Verknüpfungstafel. Geben Sie zu jedem Element aus  $M$  sein inverses Element an.
  - Bildet  $M$  bezüglich  $\circ$  eine abelsche Gruppe?
  - Geben Sie möglichst viele Untergruppen der Gruppe an (Gruppenaxiome prüfen). Sind diese Untergruppen abelsch?

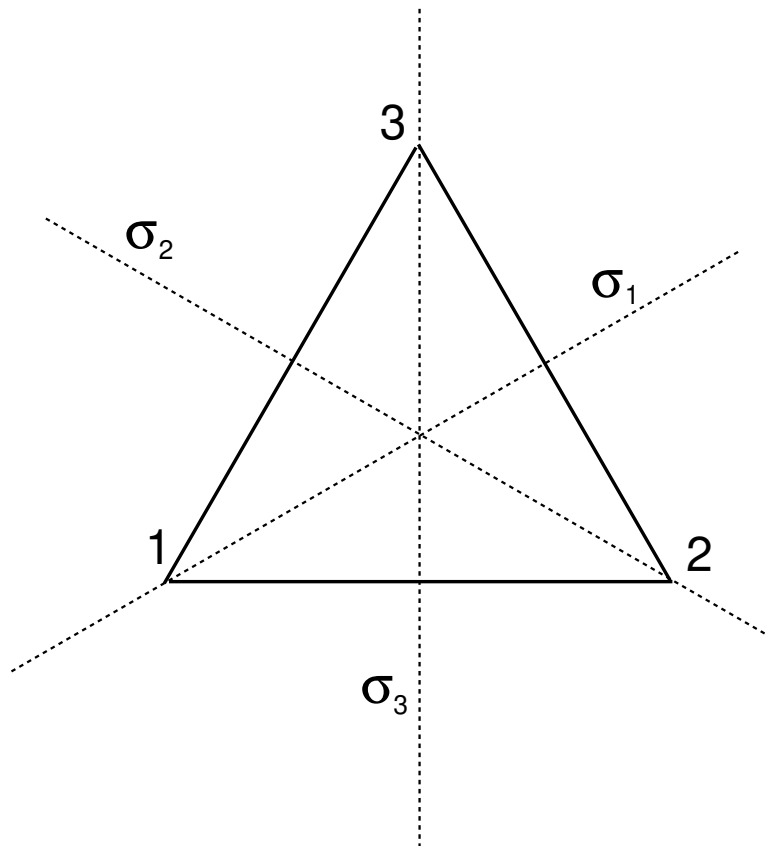


Abb.1