Universität München
Department Chemie
Lehrbereich Phys. Chemie
Prof. Dr. H. Ebert

WS 21/22
Blatt 3
09. 11. 2021

**Übungen zur Vorlesung „Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften I"**

1. Beweisen Sie die folgenden Formeln durch vollständige Induktion über $n$:

   a) $\sum\limits_{i=1}^{n} i^3 = \frac{1}{4} n^2 (n+1)^2\,, \quad n \geq 1$

   b) $\sum\limits_{i=0}^{n} 2^n \cdot 3^i = 2^{n-1}\left(3^{n+1} - 1\right), \quad n \in \mathbb{N}$

   c) $\prod\limits_{i=1}^{n} \left(1 + \frac{1}{i}\right)^i = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!}\,, \quad n \geq 1$

   ($\prod$ ist das Produkt-Symbol: $\prod\limits_{i=1}^{5} i = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$ )

2. **!!!!! BONUS Aufgabe !!!!!**
   Abgabe - *bis 12.00 Uhr, Dienstag, 09.11.2021.*
   Ergebnisse - *ab Mittwoch, 10.11.2021.*

   Beweisen Sie die folgenden Formeln durch vollständige Induktion über $n$:

   a) $\sum\limits_{k=1}^{n} k^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)\,, \quad n \geq 1;$

   b) $\sum\limits_{k=0}^{n} q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \quad \text{mit} \quad q \in \mathbb{R}^+ \backslash \{1\} \quad \text{und} \quad n \in \mathbb{N}$

3. Man stelle die folgenden komplexen Zahlen in der Form $x + iy\,,\ (x, y \in \mathbb{R})$ dar:

   a) $(3+4i)(1-2i)$ $(1.0\,P)$  b) $\frac{(1+2i)^2}{1-2i}$ $(1.0\,P)$  c) $\frac{1-i}{2+i} + i$ $(1.0\,P)$

   d) $i^9$ $(1.0\,P)$  e) $\frac{3-i^2}{1-2i}$ $(1.0\,P)$

   **Hinweis:** es gilt auch für $i$ Kommutativität bzgl. Addition und Multiplikation, zu b), c) und e) : erweitern Sie den Bruch so dass der Nenner reel wird $\Longrightarrow$ multiplizieren Sie Zähler und Nenner b) mit $(1+2i)$, c) mit $(2-i)$, e) mit $(1+2i)$).